Etude d'une loi normale avec le TInspire

Soit X une variable aléatoire. On suppose que X suit une loi normale de paramètre $m = 40$ et $\sigma = 6{,}2$.

(On note aussi $X \sim N(40; 6{,}2)$)

1°) Donner l'expression de $f(x)$, la densité de X.

2°) Calculer $f(35)$, $f(45)$ et $f(65)$.

3°) Représenter f graphiquement.

4°) a) Calculer $p(X \leq 40)$, $p(X \geq 20)$ et $p(30 \leq X \leq 45)$

b) Que représente $p(30 \leq X \leq 45)$ sur le graphique du 2°) ?

5°) Déterminer x tel que

a) $p(X \leq x) = 0{,}4$
b) $p(X > x) = 0{,}01$

1°) Donner l'expression de $f(x)$, la densité de X.

Soit X est une variable aléatoire qui suit une loi normale de paramètre $m = 40$ et $\sigma = 6{,}2$.

D'après le cours on a $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$ soit

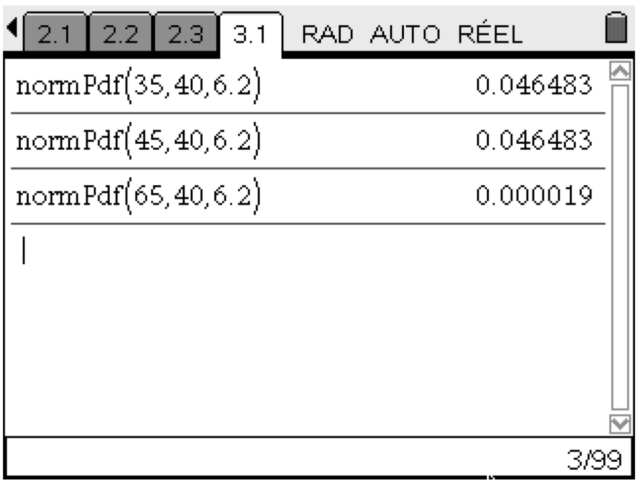
$$f(x) = \frac{1}{6{,}2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-40}{6{,}2}\right)^2}$$

2°) Calculer $f(35)$, $f(45)$ et $f(65)$.

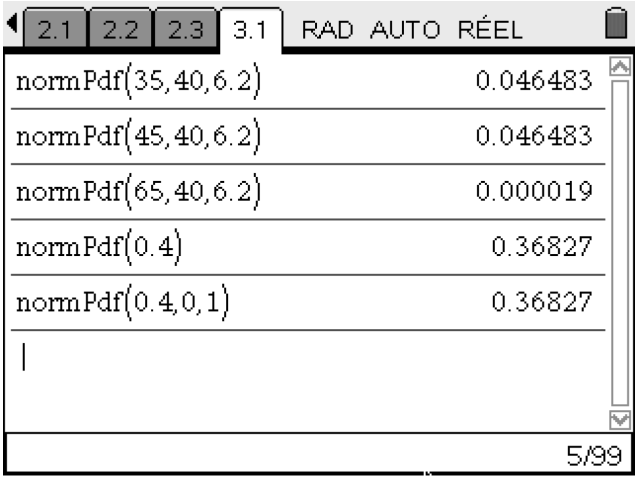
La TI-*n*spire permet de calculer les valeurs de la fonction de densité de X.
Il faut utiliser l'instruction NormPdf.

On l'obtient

- Soit en tapant directement la commande normPdf(x, 40,6.2).
- Soit en tapant menu **Probabilité | Distributions | Normal DdP** et en complétant la boite de dialogue.

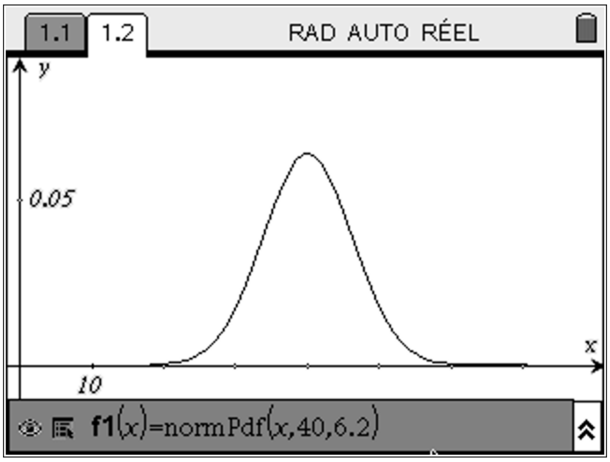


normPdf(**35**, 40,6.2) correspond à $f(35)$
normPdf(**45**, 40,6.2) correspond à $f(45)$
…
normPdf(**6**5,40,6.2) correspond à $f(65)$



Attention : Si on tape seulement $\mathbf{normPdf(0.4)}$ on obtient $f(0{,}4)$ pour une loi normale centrée réduite.

3°) Représenter $\boldsymbol{f}$ graphiquement.

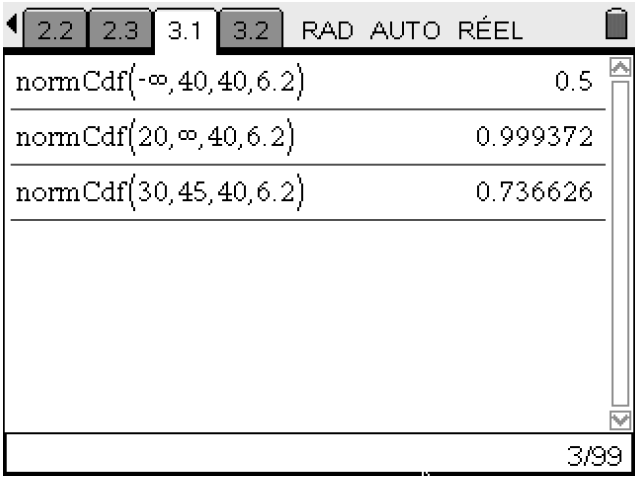


On entre $f1(x) = normPdf(x, 40{,}6.2)$

4°) a) Calculer $\boldsymbol{p(X \leq 40)}$, $\boldsymbol{p(X \geq 20)}$ et $\boldsymbol{p(30 \leq X \leq 45)}$

Pour calculer une valeur de la fonction de répartition de X, c'est-à-dire $p(X \leq x)$ on peut :

- Soit taper directement la commande normCdf(x, 40,6.2).
- Soit en tapant (menu) **Probabilité | Distributions | Normal FdR** et en complétant la boite de dialogue.



NormCdf($-\infty$, $\mathbf{40}$, 40,6.2) correspond à $p(X \leq \mathbf{40})$

NormCdf($\mathbf{20}$, ∞, 40,6.2) correspond à $p(X \geq \mathbf{20})$

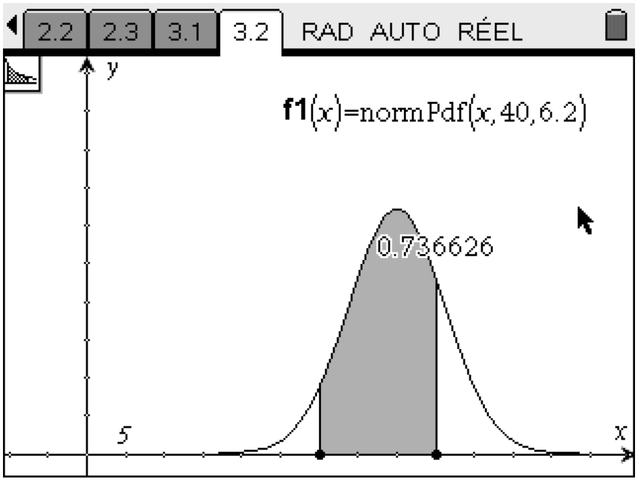
…

NormCdf($\mathbf{30}$, $\mathbf{45}$, 40,6.2) correspond à $p(\mathbf{30} \leq X \leq \mathbf{45})$

4°) b) Que représente $p(30 \leq X \leq 45)$ sur le graphique du 2°) ?

$p(30 \leq X \leq 45)$ correspond à l'aire de la partie du plan délimitée par les droites d'équation $x = 30$ et $x = 45$, l'axe des abscisses et C_f.

On peut le visualiser en appuyant sur menu **Mesure | Intégrale** (puis sélectionner la courbe pour les abscisses 30 et 45)

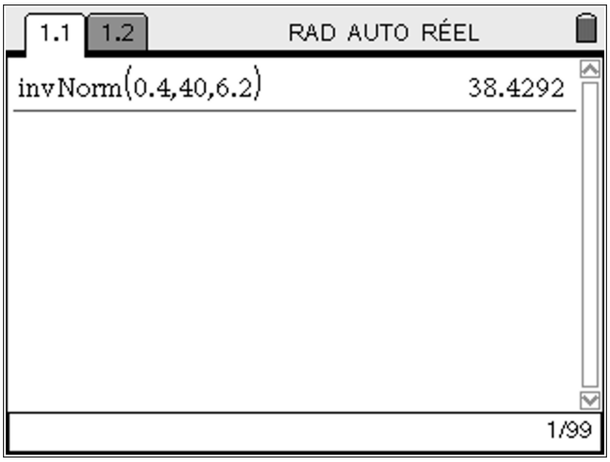


5°) a) Déterminer x tel que $p(X \leq x) = 0.4$

Pour obtenir cette valeur de x on peut :

- Soit taper directement la commande InvNorm(a, 40,6.2).
- Soit en tapant menu **Probabilité | Distributions | Inverse Normal** et en complétant la boite de dialogue.

InvNorm($\mathbf{0.4}$, 40,6.2) correspond à la valeur de x telle que $p(X \leq x) = \mathbf{0.4}$



5°) b) Déterminer x tel que p$(X > x) = 0,01$

Pour obtenir la valeur de x telle que $p(X > x) = 0{,}01$ on transformera l'équation qui équivaut à $p(X \leq x) = 0{,}99$